اختبارى التكامل المحدود

① $\int_{1}^{-1} د(س) \, دس = -\frac{٧}{٣}$ ، $\int_{٠}^{٣} د(س) \, دس = \frac{١٧}{٣}$

نقلب الأولى

$\int_{-1}^{٣} د(س) \, دس = \int_{-1}^{٠} د(س) \, دس + \int_{٠}^{٣} د(س) \, دس$

تغير الإشارة

$\frac{٧}{٣} + \frac{١٧}{٣} = \frac{٢٤}{٣} = ٨$

② $\int_{أ}^{ب} د(س) \, دس = ٦$ ، $\int_{ب}^{أ} د(س) \, دس - \int_{أ}^{ب} د(س) \, دس$

$٦ - (-٦) = ١٢$

إذا قلبنا حدود التكامل نغير الإشارة فقط

③ $\int_{١}^{٢} ٣س^٢ \, دس = \frac{٣}{٣} س^٣ \Big|_{١}^{٢} = س^٣ \Big|_{١}^{٢} = ٨ - ١ = ٧$

④ $\int_{٤}^{٩} \left[\frac{د}{دس} \sqrt{س}\right] دس = \sqrt{س} \Big|_{٤}^{٩}$

$\sqrt{٩} - \sqrt{٤} = ٣ - ٢ = ١$

⑤ $\int_{-٢}^{هـ} دس = ٦ \longleftarrow ١(هـ - -٢) = ٦$

$هـ + ٢ = ٦$

$هـ = ٤$

٦) $د(س) = س^٢ + س$

$\because$ د(س) دالة مقابلة هـ(س)

$\therefore$ $د'(س) = هـ(س)$

$\int_{-١}^{٣} هـ(س) . دس = \int_{-١}^{٣} د'(س) . دس$

$د(س) \Big|_{-١}^{٣} = س^٢ + س \Big|_{-١}^{٣}$

$(٣^٢ + ٣) - ((-١)^٢ + -١)$

$١٢ - صفر = ١٢$

---

٧) $\int_{-١}^{٢} ق(س) . دس = ٣$

$\int_{-١}^{٢} ٣ق(س) + ١ . دس = \int_{-١}^{٢} ٣ق(س) + \int_{-١}^{٢} ١ . دس$

$٣ \times ٣ + ١(٢ - -١)$

$٩ + ٣ = ١٢$

٨) $\int_{٣}^{٥} د'(س) . دس = ٩$

$د(س) \Big|_{٣}^{٥} = ٩$

$د(٥) - د(٣) = ٩$

$د(٥) - ٣ = ٩$

$\therefore$ $د(٥) = ٩ + ٣ = ١٢$

م/ وسيم مريعي

⑨ $\int_{4}^{5} (\sqrt{\text{س}}+1)(\sqrt{\text{س}}-1)\,\text{دس}$

$\int_{4}^{5} (\text{س}-1)\,\text{دس}$

$\left[\frac{\text{س}^2}{2}-\text{س}\right]_{4}^{5} = \left(\frac{25}{2}-5\right)-\left(\frac{16}{2}-4\right)$

$= \frac{7}{2}$

⑩ $\int_{\text{أ}}^{\text{ب}} \text{د(س)}\,\text{دس} = \int_{\cancel{3}}^{1} \text{د(س)}\,\text{دس} + \int_{5}^{\cancel{3}} \text{د(س)}\,\text{دس}$

$\int_{\text{أ}}^{\text{ب}} \text{د(س)}\,\text{دس} = \int_{5}^{1} \text{د(س)}\,\text{دس}$

∴ ب = 1   أ = 5

⑪ $\int_{-3+2}^{2+2} 2\,\text{د(س+2)}\,\text{دس} - \int_{-3}^{2} 3\text{س}^2\,\text{دس}$

$\int_{-1}^{4} 2\,\text{د(س)} - \left[\text{س}^3\right]_{-3}^{2}$

$2\times15-(8--27) = 30-35 = -5$

Scanned with CamScanner

(١٢) $\int_{٣}^{٥} \text{س} \, \text{ء ص} = \int_{أ+١}^{٢أ-١} (\text{ص}-٢) \, \text{ء ص}$

$\int_{٣+٢}^{٥+٢} (\text{س}-٢) \, \text{ء س} = \int_{أ+١}^{٢أ-١} (\text{ص}-٢) \, \text{ء ص}$

$\therefore ٥+٢ = ٢أ-١$

$٧ = ٢أ-١$

$٨ = ٢أ$

$٤ = أ$

(١٣) $\int_{٣}^{٦} (\text{ص}+\text{و}) \, \text{ء ص} = \int_{١}^{٤} \text{ص} \, \text{ء ص}$

$\int_{٣}^{٦} (\text{ص}+\text{و}) \, \text{ء ص} = \int_{١-\text{و}}^{٤-\text{و}} (\text{ص}+\text{و}) \, \text{ء ص}$

$\therefore ٦ = ٤-\text{و}$

$\text{و} = ٤-٦ = -٢$

(١٤) $\int_{١}^{٠} \text{د(س)} \, \text{ء س} = ٣\text{س}^{٢}+١ \Big|_{أ}^{٠}$

$(٠+١) - (٣+١)$

$١-٤ = -٣$

١٥) $\int_{٦}^{١} م(س)\,دس + \int_{١}^{٦} م(س)\,دس$

$\int_{}^{١} م(س)\,دس$ ب

١٦) $\int_{٥-٣}^{٦-٣} ٣\,د(س-٣)\,دس$ ، $+٣$

$\int_{٢}^{٣} ٣\,د(س)\,دس = ١٢ \times ٣ = ٣٦$

١٧) $\int_{٢}^{٣} هـ(س)\,دس + \int_{٥}^{٢} هـ(س)\,دس = \int_{٥}^{٣} هـ(س)$

$٥ + -٧ = -٢ = \int_{٥}^{٣} هـ(س)$

$\therefore \int_{٣}^{٥} هـ(س)\,دس = ٢$

١٨) $\int_{١}^{٢} هـ(س)\,دس = ٨$ ، $\int_{-١}^{٠} ٢هـ(س+٢)\,دس$ ، $+٢$ ، $(+٢)$

$\int_{١}^{٢} ٢هـ(س)\,دس = ٢ \times ٨ = ١٦$

(١٩) $\int_{٥}^{م} د(س)\,دس = \int_{٣}^{٢م-٧} د(س+٢)\,دس$

$م-٢ = ٢م-٧$

$٧-٢ = ٢م-م$

$م = ٥$

(٢٠) $\int_{١}^{٥} د(س)\,دس + \int_{٥}^{٣} د(س)\,دس = \int_{١}^{٣} د(س)\,دس$

$٨ + -٤ = ٤$

$\int_{١}^{٣} \frac{١}{٢} د(س)\,دس = \frac{١}{٢} \times ٤ = ٢$

(٢١) $\int_{١}^{٣} د(س)\,دس + \int_{٤}^{٣} د(س)\,دس - \int_{٤}^{١} د(س)\,دس$

$\int_{١}^{٣} د(س)\,دس + \int_{٣}^{٤} د(س)\,دس + \int_{١}^{٤} د(س)\,دس$

$= \int_{١}^{٤} د(س)\,دس + \int_{١}^{٤} د(س)\,دس = ٢\int_{١}^{٤} د(س)\,دس$

(٢٢) $\int_{٤}^{م} د(س)\,دس + \int_{م}^{٦} د(س)\,دس$

$\int_{٤}^{٦} د(س)\,دس = -٣ + ٨ = ٥$

(٣) $\int_{0}^{8} 2(2\text{س}+9)^{-\frac{1}{2}}\,\text{د س}$

$2 \cdot \dfrac{(2\text{س}+9)^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}\times 2} \Big|_{0}^{8}$

$2(2\text{س}+9)^{\frac{1}{2}} \Big|_{0}^{8} = 2(2\times 8+9)^{\frac{1}{2}} - 2(2\times 0+9)^{\frac{1}{2}}$

$= 2\times 5 - 2\times 3 = 10-6 = 4$

(٤) $\int_{1}^{7} \frac{1}{2}\,\text{ه}(\text{س})\,\text{د س} = 9 \times 2$ ، $\int_{3}^{7} 3\,\text{ه}(\text{س})\,\text{د س} = \frac{36}{3}$

$\int_{1}^{7} \text{ه}(\text{س})\,\text{د س} = 18$ ، $\int_{3}^{7} \text{ه}(\text{س})\,\text{د س} = 12$

$\therefore \int_{1}^{3} \text{ه}(\text{س}) = \int_{1}^{7} \text{ه}(\text{س}) + \int_{7}^{3} \text{ه}(\text{س})$

$= 18 - 12 = 6$

(٥) $\int_{3}^{5} \text{ه}(\text{س})\,\text{د س} = \int_{-1+\text{هـ}}^{1+\text{هـ}} \text{ه}(\text{س}+\text{هـ})$

$\therefore 5 = 1 + \text{جـ}$ ، $\text{هـ} = 4$ أو $3 = -1 + \text{هـ}$ ، $\text{هـ} = 4$

(٦) $\int_{6-3}^{4-3} \frac{1}{2}\,\text{د}(\text{س}-3+3)\,\text{د س}$

المعطى $\int_{1}^{3} \text{د}(\text{س})\,\text{د س}$

نقلب ونغير الإشارة

$\int_{3}^{1} \frac{1}{2}\,\text{د}(\text{س})\,\text{د س} = \frac{1}{2} \times -8 = -4$

(٢٧) $\int_{ل}^{ن} ٢ق(س)\,ءس = \frac{١٠}{٢} = ٥$ ، $\int_{ل}^{م} ٣ق(س)\,ءس = \frac{٩}{٣} = ٣$

$\int_{ل}^{ن} + \int_{م}^{ل} = \int_{م}^{ن}$

$٥ + -٣ = ٢$

(٢٨) $\int_{٤}^{ص} ق(س)\,ءس = ص^٢ + ٢هـ$

نفرض أن ص = ٤ ∴ $\int_{٤}^{٤} ق(س) = صفر$

$ص^٢ + ٢هـ = صفر$

$١٦ + ٢هـ = ٠$

$٢هـ = -١٦$

$هـ = -٨$

(٢٩) $\int_{أ}^{ب} ق(س)\,ءس = ١٦$ ، $\int_{جـ}^{ب} ق(س)\,ءس = ٣$ أ < ب < جـ

$\int_{أ}^{ب} + \int_{ب}^{جـ} = \int_{أ}^{جـ}$ ∴ $١٦ + -٣ = ١٣$

(٣٠) $\int_{١}^{٣} ق(س) + \int_{٣}^{٤} ق(س) + \int_{١}^{٤} ق(س)$

$\int_{١}^{٤} ق(س) + \int_{١}^{٤} ق(س) = ٢\int_{١}^{٤} ق(س)$

(٣١) $\int_{م}^{ن} هـ(س) \cdot دس + \int_{ب}^{م} هـ(س) \cdot دس$

$٤ + ٢ \times -٤ = ٤ + -٨ = -٤$

(٣٢) $\int_{١}^{٢} ٢س\, ق(س) \cdot دس + \int_{١}^{٢} س^٤\, قَ(س) \cdot دس$

م	دهـ
$س^٤$	$قَ(س)$
$٢س$	$ق(س)$

$\int_{١}^{٢} ٢س\, ق(س) + س^٤\, ق(س) \Big]_{١}^{١} - \int_{١}^{٢} ٢س\, ق(س) \cdot دس$ نستخدم القانون لأنه ق(س) لا يمكن تكاملها

$= س^٤\, ق(س) \Big]_{١}^{٢}$

$٤ق(٢) - ١ق(١)$

$٤ \times ٣ - ١ \times ٣ = ١٢ - ٣ = ٩$

(٣٣) $\int_{١}^{٣} (س^٤ - ١)^٧ \cdot دس + \int_{٣}^{١} (س^٤ - ١)^٧ \cdot دس$

$\int_{١}^{٣} (س^٤ - ١)^٧ - \int_{١}^{٣} (س^٤ - ١)^٧ \cdot دس = صفر$

(٣٤) $قَ(س) = هـ(س)$

$\int هـ(س) \cdot دس = \int قَ(س) \cdot دس = ق(س) \Big]_{صفر}^{٢}$

$= ٣س^٢ + س \Big] = (١٤)$

٣٥) $\int_{م}^{ب} د(س)\,ءس - \int_{ب}^{م} د(س)\,ءس$

$٢٧ - -٢٧ = ٥٤$

٣٦) صفر

٣٧) $\int_{٢}^{م} ٣\,ءس = ١٢$

$٣(م-٢) = ١٢ \quad ÷٣$

$م - ٢ = ٤$

$م = ٦$

٣٨) صفر

٣٩) $\int_{-١}^{م} ٥\,ءس = ٢٠$

$٥(م-(-١)) = ٢٠ \quad ÷٥$

$م + ١ = ٤$

$م = ٣$

٤٠) $\int_{١}^{م} س^{٢}\,ءس = \frac{٧}{٣}$

$\left[\frac{س^{٣}}{٣}\right]_{١}^{م} = \frac{م^{٣}}{٣} - \frac{١}{٣} = \frac{٧}{٣}$

$\frac{م^{٣}}{٣} = \frac{٧}{٣} + \frac{١}{٣}$

$\frac{م^{٣}}{٣} = \frac{٨}{٣}$

$م^{٣} = ٨$

$م = ٢$

(٤١) $\int_{-٤}^{م} ٣ \,.\text{دس} = ٩$

$٣(م - (-٤)) = ٩ \div ٣$

$م + ٤ = ٣$

$م = -١$

(٤٢) $\int_{م}^{ب} ٢\text{د}(س)\,.\text{دس} - \int_{م}^{ب} \text{د}(س)\,.\text{دس}$

$٢ \times ٩ - (-٩) = ١٨ + ٩ = ٢٧$

(٤٣) $\int_{ب}^{٣} \text{هـ}(س) + \int_{٧}^{ب} \text{هـ}(س) = \int_{٧}^{٣} \text{هـ}(س)$

$١ + -٣ = -٢$

(٤٤) صفر

(٤٥) $\int_{٢}^{٥} \text{د}(س)\,.\text{دس} = \int_{٢}^{٥} -١\,.\text{دس} = -١(٥-٢) = -١ \times ٣ = -٣$

نختار الفترة التي فيها [٢،٥]

٤٦) ب

٤٧) $١(٣ - (-هـ)) = ٩$

$٣ + هـ = ٩$

$هـ = ٦$

٤٨) $\int_{-١}^{٠} د'(س) \cdot دس = ٢$

$د(س)\Big|_{-١}^{٠} = د(٠) - د(-١)$

$= ٩ - ٧ = ٢$

٤٩) $د(س) = \int_{-١}^{س} (م^{٢} + ١) \cdot دم$

$\because$ ص = -١ د(-١)

$د(-١) = \int_{-١}^{-١} (م^{٢} + ١) \cdot دم = صفر$

٥٠) $\int_{٠}^{١} |س - ٣| \cdot دس$

$س - ٣ = ٠$

$س = ٣$

$\int_{٠}^{١} ٣ - س \cdot دس$

$٣س - \frac{س^{٢}}{٢} \Big|_{٠}^{١} = ٣ - \frac{١}{٢}$

$= \frac{٥}{٢}$

٥١) $\int_{١}^{٢} د(س) + \int_{٢}^{٣} د(س) = \int_{١}^{٣} د(س)$

$\frac{٤}{٣} + \frac{١٤}{٣} = \frac{١٨}{٣} = ٦$

٥٢) بالتعويض بعدد يقع في الفترة وتجريب الخيارات

$\int_{١}^{٢} (س+١) \cdot دس > \int_{١}^{٢} (س-١)$

٥٣) $\int_{١}^{٤} ٢د(س) + \int_{٢}^{١} د(س) = ٢ \times \frac{٣}{٢} + -٦ = -٣$

٥٤) $\int_{ب}^{أ} ٢د(س) \cdot دس = ٢ \times ٤ = ٨$

٥٥) صفر

٥٦) $\int_{١}^{٣} هـ(س) + \int_{٣}^{٤} هـ(س) + \int_{٤}^{٥} هـ(س) = \int_{١}^{٥} هـ(س)$

$٣ + ٦ + ٢ = ١١$

٥٧) $\int_{م}^{ل} د(س) + \int_{ل}^{ن} د(س) = \int_{م}^{ن} د(س)$

$-٢ + ٤ = ٢$

٥٨) $\int_{أ}^{ب} ٢\,د(س)\,.\,دس = ٣$

$\int_{أ}^{ب} د(س) = \frac{٣}{٢} \Longrightarrow \int_{ب}^{أ} د(س) = -\frac{٣}{٢}$

٥٩) $\int_{٢}^{٤} ٣ق'(س) = ٣ق(س) \Big|_{٢}^{٤}$

$= ٣\left(ق(٤) - ق(٢)\right)$

$= ٣(٩ - ٥) = ٣ \times ٤ = ١٢$

٦٠) $\int_{١}^{٥} د(س) + \int_{٥}^{٣} د(س) = \int_{١}^{٣} د(س)$

$٨ + -٤ = ٤$

$\therefore \int_{١}^{٣} \frac{١}{٢} د(س)\,.\,دس = \frac{١}{٢} \times ٤ = ٢$

٦١) $\int_{٢}^{ج} ٥\,.\,دس = ٢٠$

$٥(ج - ٢) = ٢٠ \quad \div ٥$

$ج - ٢ = ٤$

$ج = ٦$

٦٢) $ك = ٥$

(٦٣) $\int_{1}^{4} \sqrt{س} \, . دس = ١$

$\int_{1}^{4} \frac{٢س}{\sqrt{س}} \, . دس = \int_{1}^{4} \frac{٢\sqrt{س} \times \cancel{\sqrt{س}}}{\cancel{\sqrt{س}}} = \int_{1}^{4} ٢\sqrt{س} = ٢ \times ١ = ٢$

(٦٤) $\int_{1}^{2} \frac{١}{٢} د(س) = \frac{٦}{٢}$ ، $\int_{5}^{2} د(س) . دس = -٣$

$\int_{1}^{2} د(س) = ٣ \therefore \int_{1}^{2} د(س) + \int_{5}^{2} د(س) = \int_{5}^{1} د(س)$

$-٣ + -٢ = -٥$

$\therefore \int_{5}^{1} ٣د(س) = ٣ \times -٥ = -١٥$

(٦٥) $د(س) = س + ٣$

$\int_{-1}^{2} د(س) . دس = س + ٣ \Big|_{-1}^{2} = (٢+٣) - (-١+٣)$

$٥ - ٢ = ٣$

(٦٦) $\int_{4}^{7} ه(س) = ٥(٧-٤) = ٥ \times ٣ = ١٥$

(٦٧) $\int_{1}^{2} ٢س \times ٢ \, . دس = \int_{1}^{2} ٤س \, . دس$ ل = [illegible]

$٢س^٢ \Big|_{1}^{2} = ٢(٤-١) = ٢ \times ٣ = ٦$

(٦٨) $\int_{أ}^{ب} \frac{س}{|س|}\, دس = ٢$

$+ \quad - \quad -$ ؛ ب ، ٠ ، أ

$\int_{أ}^{٠} \frac{س}{-س} + \int_{٠}^{ب} \frac{س}{س} = ٢$

$\int_{أ}^{٠} -١ + \int_{٠}^{ب} ١ = ٢$

$-١(٠ - أ) + ١(ب - ٠) = ٢$

$أ + ب = ٢ \longleftarrow ①$

$أ - ب = -٦ \longrightarrow$ معطى في السؤال

$٢أ = -٤$

$أ = -٢$

(٦٩) $\int_{-٤}^{-٢} -٢\, دس + \int_{-٢}^{٠} -١\, دس + \int_{٠}^{٢} ٠\, دس$

ل = ٢ ، $\frac{-٤}{٢} = -٢$

$-٢ ، -٤ < س < -٢$

$-١ ، -٢ < س < ٠$

$٠ ، ٠ < س < ٢$

$-٢(-٢ - -٤) + -١(٠ - -٢)$

$-٢ \times ٢ + -١ \times ٢ = -٤ + -٢ = -٦$

(٧٠) $\int_{-٣}^{٣} ٩ - س^٢\, دس$

$س^٢ - ٩ \quad س = \pm ٣$

$+ \quad - \quad - \quad +$ ؛ -٣ ، ٣

$٩س - \frac{س^٣}{٣} \Big|_{-٣}^{٣}$

$= ٣٦$

(٧١) $\int_{2}^{4} (س-٢) + ١ \, دس$

|س-٢| ، س = ٢

-- | ++

٢ ٤

$\int_{2}^{3} (س-١) \, دس$

ل ∈ $\boxed{ل(٢)=٢}$

$\frac{س^{2}}{2} - س \Big|_{2}^{3}$

{١، ٢ ≤ س < ٤

$(\frac{9}{2} - ٣) - (٢-٢) = \frac{3}{2}$

(٧٢) $\int_{ن}^{} دس + \int_{ن}^{٢ن} دس$

ل = ن

{٠، ٠ ≤ س < ن

{١، ن ≤ س < ٢ن

$١(٢ن - ن) = ن$

(٧٣) $\int_{1}^{2} [س+٢] - |س-٣| \, دس$

ل = ١ ، ٢+١ = ٣ صح

{٣، ١ ≤ س < ٢

|س-٣| = ٠

س = ٣

$\int_{1}^{2} ٣ - (٣-س) \, دس$

$\int_{1}^{2} س \, دس = \frac{س^{2}}{2} \Big|_{1}^{2}$

$= ٢ - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

++ | --

١ ٢ ٣

(٧٤) $\int_{-3}^{-2} ٣س + |س| \, دس$

-- | ++

٠

$\int_{-3}^{-2} ٣س - س \, دس = \int_{-3}^{-2} ٢س \, دس = س^{2} \Big|_{-3}^{-2} = ٤ - ٩ = -٥$

(٧٥) $\int_{\cdot}^{٢} |٢س + ٣| \, ءس$

٢س + ٣ = ٠

٢س = −٣

س = $\frac{-٣}{٢}$

$\int_{\cdot}^{٢} ٢س + ٣ \, ءس = [س^٢ + ٣س]_{\cdot}^{٢}$

= ٤ + ٦ − ٠ = ١٠

(٧٦) $\int_{-١}^{١} ٢ [س + ١] \, ءس$

د = [س + ١] = ١ − ١ + ١ = صفر

٠ ، −١ ≤ س < ٠

١ ، ٠ ≤ س < ١

$٢ [\int_{-١}^{\cdot} ٠ \, ءس + \int_{\cdot}^{١} ١ \, ءس]$

٢ (صفر + ١ (١ − ٠)) = ٢ × ١ = ٢

(٧٧) $\int \frac{ء}{ءس} (٢س) \, ءس = ٢س + ث$

(٧٨) $\int_{-١}^{١} |س| \, ءس = \int_{-١}^{\cdot} -س \, ءس + \dots$

$-\frac{س^٢}{٢} |_{-١}^{\cdot} = \frac{١}{٢} + \frac{١}{٢} = ١$

(٧٩) $\int_{\cdot}^{٢} |١ - ٢س| \, ءس$

١ − ٢س = ٠

٢س = ١

س = $\frac{١}{٢}$

$\int_{-٢}^{\cdot} ١ - ٢س \, ءس$

$س - س^٢ |_{-٢}^{\cdot} = ٠ - (-٢ - ٤) = ٦$

(٨٠) $\int_{-1}^{1} |٢س - ٣| \, دس = \int_{-1}^{1} (٣ - ٢س) \, دس$

$\frac{٣}{٢}$

$= [٣س - س^{٢}]_{-1}^{1} = (٣ - ١) - (-٣ - ١) = ٢ - -٤ = ٦$

(٨١) $\int_{٣}^{٨} ٢ + \left[\frac{س}{٣}\right] دس$

$\left[\frac{س}{٣}\right]$ ل $= ٣$ ، $\frac{٣}{٣} = ١$

$\int_{٣}^{٨} ٢ + \int_{٣}^{٨} \left[\frac{س}{٣}\right] دس$

$\begin{cases} ١ ، & ٣ \le س < ٦ \\ ٢ ، & ٦ \le س < ٩ \end{cases}$

$٢(٨ - ٣) + \int_{٣}^{٦} ١ \, دس + \int_{٦}^{٨} ٢ \, دس$

$= ٢ \times ٥ + ١ \times ٣ + ٢ \times ٢ = ١٠ + ٣ + ٤ = ١٧$

(٨٢) $\int_{أ}^{ب} ٣ \, دس = ١٢$

$٣(ب - أ) = ١٢$

$ب - أ = ٤$

$\int_{أ-١}^{ب+١} ٣ \, دس$

$٣\left((ب + ١) - (أ - ١)\right) =$

$٣(ب + ١ - أ + ١)$

$٣(ب - أ + ٢) = ٣(٤ + ٢) = ١٨$

(٨٣) $\int_{ك}^{٢ك} \left[\frac{س}{ك}\right] دس = ٢٠$

$\int_{ك}^{٢ك} \left[\frac{س}{ك}\right] دس$

ل $=$ ك

$\begin{cases} ٠ ، & ٠ \le س < ك \\ ١ ، & ك \le س < ٢ك \end{cases}$

$\int_{ك}^{٢ك} ١ \, دس = ٢٠$

$٠ + ١(٢ك - ك) = ٢٠$

$٠ + ٢ك - ك = ك$

$ك = ٢٠$

Subject Day Date / /

(٨٤) $\int^{٢} |(س-٣)| \, د س = \int^{٢} -(س-٣) \, د س$

$= ٣س - \frac{س^٢}{٢} \Big|^{٢}$

$٦ - ٢ - \dots = ٤$

---

(٨٥) $\int_{ن+١}^{م+٣} (٢س^٢ + ٤س + ٢) \, د س = ٣٩$

توزيع ٢ داخل القوس — مربع كامل

$\int_{م+٣}^{ن+١} ٢(س+١)^٢ \, د س = \int_{م+٣}^{ن+١} ٢(س^٢ + ٢س + ١) \, د س$

قلبنا حدود التكامل

$\int_{م+٣}^{ن+١} (٢س^٢ + ٤س + ٢) \, د س = -٣٩$

---

(٨٦) $\int_{٠}^{٢} [\tfrac{١}{٢} س] + ل \, د س$ — ل = ٢ — $٠ \times \tfrac{١}{٢}$ جزء

$٠ ، ٢ \rightarrow ٢ > س > ٠$

$\int_{٠}^{٢} ٠ + ل \, د س = ل(٢-٠) = ٢ل$

$٢ل = ٤$

$ل = ٢$

---

(٨٧) $\int_{١}^{٢} (س^٢ - ٢س + ١)^٥ \, د س$

$\int_{١}^{٢} (س-١)^{١٠} \, د س = \frac{(س-١)^{١١}}{١١} \Big|_{١}^{٢} = \frac{(٢-١)^{١١} - (١-١)^{١١}}{١١} = \frac{١}{١١}$

(٨٧) $\int_{1}^{2} (٢س - م) \, ءس = -٤$

$[س^2 - م س]_{1}^{2} = -٤$

$(٤ - ٢م) - (١ - م) = -٤$

$(٤ - ٢م - ١ + م) = -٤$

$(٣ - م) = -٤$

$٣ + ٤ = م \qquad م = ٧$

---

(٨٩) $\int_{0}^{1} د(س) \, ءس = [٢س^٤ + ١]_{0}^{1} = (٢+١) - (٠+١)$

$٣ - ١ = ٢$

---

(٩٠) $\int_{0}^{2} [\frac{س}{٢} + ١] \, ءس \qquad ل = ٢ ، \frac{٠}{٢} + ١ = ١$

$\{ ١ ، ٠ \le س < ٢$

$= \int_{0}^{2} ١ \, ءس = ١ (٢ - ٠) = ٢$

---

(٩١) $\int_{2}^{4} هـ(س) \, ءس = ٥ ، \int_{0}^{2} هـ(س+٢) - ٢ \, ءس$

أولا نوزع صورة التكامل

$\int_{0}^{2} هـ(س+٢) - \int_{0}^{2} ٢ \, ءس$

$\int_{2}^{4} هـ(س) - ٢(٢ - ٠)$

$٥ - ٤ = ١$

Day —— Date / /

(٩٢) $\int_{1}^{2} س\, ق'(س) + ق(س)\, ، دس = \int_{3}^{أ} 5\, ، دس$

① التوزيع

$\int_{1}^{2} س\, ق'(س) + \int_{1}^{2} ق(س)\, ، دس = \int_{3}^{أ} 5\, ، دس$

تكامل بالأجزاء

$\int_{1}^{2} س\, ق'(س)\, ، دس$

س	ق'(س)
١	ق(س)

$س \times ق(س) \Big|_{1}^{2} - \int_{1}^{2} ق(س)$

$س \times ق(س) \Big|_{1}^{2} - \int_{1}^{2} ق(س) + \int_{1}^{2} ق(س)\, ، دس = \int_{3}^{أ} 5\, ، دس$

$س \times ق(س) \Big|_{1}^{2} = \int_{3}^{أ} 5\, ، دس$

$2ق(2) - 1ق(1) = 5(أ - 3)$

$2 \times 6 - 1 \times 2 = 5أ - 15$

$10 = 5أ - 15$

$25 = 5أ \longrightarrow أ = 5$

(٩٣) $\int_{1}^{5} 3ق(س)\, ، دس = ??$

$ق(س) \geq 2$ $\times 3$

$3ق(س) \geq 6$ خواص حدود التكامل

$\int_{1}^{5} 3ق(س)\, ، دس \geq \int_{1}^{5} 6\, ، دس$

$\geq 6(5-1)$ أكبر

$\int_{1}^{5} 3ق(س) \geq 24$ (٢٤) ٢٣ ——

(٩٤) $\int_{-3}^{-2} 2س + [س - 1]\, ، دس$

ل = ١

$\{-4 ، -3 < س < -2$

$\int_{-3}^{-2} 2س + -4\, ، دس = س^2 + -4س \Big|_{-3}^{-2} = (4+8) - (9+12) = -9$

(٩٥) $\int_{3}^{1} أ\,ق(س)\,دس = ١٢$

$أ \int_{3}^{1} ق(س)\,دس = ١٢$

$أ \times ٤ = ١٢ \quad \therefore أ = ٣$

---

(٩٦) $\int_{2}^{3} س^{2}\,قَ(س) + \int_{2}^{3} ٢س\,ق(س)\,دس = \int_{5}^{أ} ١\,دس$

بالاجزاء $\int_{2}^{3} س^{2}\,قَ(س)$

س²	قَ(س)
٢س	ق(س)
٢	X

$س^{2}\,ق(س)\Big|_{2}^{3} - \int_{2}^{3} ٢س\,ق(س)$

$\cancel{س^{2}\,ق(س)\Big|_{2}^{3} - \int_{2}^{3} ٢س\,ق(س) + \int_{2}^{3} ٢س\,ق(س)} = ١(أ-٥)$

$س^{2}\,ق(س)\Big|_{2}^{3} = أ-٥$

$٩ق(٣) - ٤ق(٢) = أ-٥$

$٩\times١ - ٤\times٢ = أ-٥$

$١ = أ-٥ \quad \boxed{أ = ٦}$

---

(٩٧) $\int_{1}^{5} دَ(س)\,دس = ٢س - س^{2}\Big|_{1}^{5}$

$= (١٠-٢٥) - (٢-١) = -١٥ - ١ = -١٦$

---

(٩٨) $\int_{-3}^{0} ق(س)\,قَ(س)\,دس = ٨$

تكامل بالنتيجة
دالة × مشتقتها

$\frac{(ق(س))^{2}}{2}\Big|_{-3}^{0} = \frac{(ق(صفر))^{2} - (ق(-٣))^{2}}{2} = ٨$

$(ق(٠))^{2} - صفر = ٢\times٨ \leftarrow (ق(٠))^{2} = ١٦$

$\boxed{ق(٠) = ٤}$

ق(٠) = ٤

(99) $\int_{1}^{2} |2\text{س}| - [\text{س}] \, \text{ءس}$

$\{1،1\} \subset (\text{س})2$

$\int_{1}^{2} 2\text{س} - 1 \, \text{ءس} = \text{س}^2 - \text{س} \Big|_{1}^{2}$

$= (4-2)-(1-1) = 2 - 0 = 2$

تكرر 56

(100) $\int_{3}^{5} \frac{\text{ق}(\text{س})}{\text{س}} - \frac{\text{ق}(\text{س})}{\text{س}^2} \, \text{ءس} =$

تكامل بالاجزاء

$\int_{3}^{5} \frac{\text{ق}(\text{س})}{\text{س}} \, \text{ءس}$

ءو	هـ
$\frac{1}{\text{س}}$	$\text{ق}(\text{س})$
$\frac{-1}{\text{س}^2}$	$\text{ق}(\text{س})$

$\int_{3}^{5} \frac{\text{ق}(\text{س})}{\text{س}} - \int_{3}^{5} \frac{\text{ق}(\text{س})}{\text{س}^2} \, \text{ءس}$

$\frac{1}{\text{س}} \times \text{ق}(\text{س}) \Big|_{3}^{5} - \int_{3}^{5} \frac{-1}{\text{س}^2} \times \text{ق}(\text{س}) - \int_{3}^{5} \frac{\text{ق}(\text{س})}{\text{س}^2} \, \text{ءس}$

$\frac{\text{ق}(\text{س})}{\text{س}} \Big|_{3}^{5} = \frac{\text{ق}(5)}{5} - \frac{\text{ق}(3)}{3} = \frac{5}{5} - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

(101) $\int_{\text{م}}^{\text{ن}} \text{س} \, \text{هـ}(\text{س}) \, \text{ءس} = 7 ، \int_{\text{م}+2}^{\text{ن}+2} 3(\text{س}-2) \, \text{هـ}(\text{س}-2) \, \text{ءس}$

عامل مشترك 3

$\int_{\text{م}+2-2}^{\text{ن}+2-2} 3(\text{س}-2+2) \, \text{هـ}(\text{س}-2+2) \, \text{ءس}$

$\int_{\text{م}}^{\text{ن}} 3\text{س} \, \text{هـ}(\text{س}) \, \text{ءس}$

$3 \times 7 = 21$

(١٠٢)

$$\int_{4}^{9} ق(س) - \int_{م}^{ب} ق(س) = -\int_{6}^{4} ق(س)\,دس$$

$$\int_{4}^{9} ق(س) + \int_{6}^{4} ق(س) = \int_{م}^{ب} ق(س)$$

$$\int_{6}^{9} ق(س) = \int_{م}^{ب} ق(س) \quad \therefore\ ب = 9 \ ،\ م = 6$$

(١٠٣)

$$\int_{-1}^{2} \frac{س^2 - 4}{2 - |س - 1|}\,دس$$

$$\int_{-1}^{2} \frac{س^2 - 4}{2 - (1 - س)}\,دس$$

$$\int_{-1}^{2} \frac{(س-2)(س+2)}{2+س}\,دس = \int_{-1}^{2} (س-2)\,دس$$

$$\left[\frac{س^2}{2} - 2س\right]_{-1}^{2}$$

$$= \left(\frac{4}{2} - 2\times 2\right) - \left(\frac{1}{2} - 2\times -1\right) = -2 - 2\frac{1}{2} = -4\frac{1}{2}$$

(١٠٤)

$$\int_{0}^{2} \frac{ق'(س)}{\sqrt{ق(س)}\,\sqrt{3 + \sqrt{ق(س)}}}\,دس =$$

$$ص = 3 + \sqrt{ق(س)}$$

$$\frac{دص}{دس} = \frac{ق'(س)}{2\sqrt{ق(س)}}$$

$$دس = \frac{2\sqrt{ق(س)}\,دص}{ق'(س)}$$

$$\int \frac{\cancel{ق'(س)}}{\cancel{\sqrt{ق(س)}}\ ص^{\frac{1}{2}}} \cdot \frac{2\cancel{\sqrt{ق(س)}}\,دص}{\cancel{ق'(س)}}$$

$$2\int ص^{-\frac{1}{2}}\,دص = 2 \times \frac{ص^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}}$$

$$4\left(3 + \sqrt{ق(س)}\right)^{\frac{1}{2}}\Big| = 4\left(3 + \sqrt{36}\right)^{\frac{1}{2}} - 4\left(3 + \sqrt{1}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$4 \times 3 - 4 \times 2 = 12 - 8 = 4$$

١٠٥) $\int_{3}^{7} ٣ق(س)\,دس = ٢٧$ ، $\int_{3}^{10} ٥ق(س)\,دس = ١٥$

$\int_{3}^{7} ق(س)\,دس = ٩$ ، $\int_{3}^{10} ق(س)\,دس = ٣$

$\int_{7}^{3} ق(س) + \int_{3}^{10} ق(س) = \int_{7}^{10} ق(س)$

$-٩ + ٣ = -٦$

١٠٦) $\int_{1}^{2} \frac{د(س+٢)}{[\frac{1}{2}س-٣]}\,دس$ ، ل = ٢ ، $\frac{1}{2} \times ٢ - ٣ = -٢$

$[-٢ ، ٢)$ أي $٢ > س \geq -٢$

$\int_{1}^{2} \frac{ق(س+٢)}{-٢}\,دس = \int_{3}^{4} \frac{ق(س)}{-٢} = \frac{٨}{-٢} = -٤$

١٠٧) تعويض د(س) على العوض

$\int_{0}^{1} (د(س))^{2}\,د'(س) + د'(س)\,دس$

$\frac{(د(س))^{3}}{٣} + د(س) \Big|_{0}^{1}$

$\left(\frac{(د(1))^{3}}{٣} + د(1)\right) - \left(\frac{(د(0))^{3}}{٣} + د(0)\right)$

$\left(\frac{٢٧}{٣} + ٣\right) - \left(\frac{٠}{٣} + ٠\right)$

$٩ + ٣ = ١٢$

(١٠٨) هـ(س) = |س − ١| أوجد $\int_{0}^{2}$ هـ(س) ءس

$\int_{0}^{2}$ س ءس = $\frac{س^2}{2}\Big|_0^2$ = ٤ − ٠ = ٤

(١٠٩) د(س) ≥ ١٤ بالضرب في ٢ للطرفين

٢ × د(س) ≥ ٢ × ١٤

٢ د(س) ≥ ٢٨

$\int_{3}^{4}$ ٢ د(س) ≥ ٢٨

٢٨

$\int_{3}^{4}$ ٢ هـ(س) ≥ ٢٨

(١١٠) $\int_{2}^{4}$ هـ(س) ءس = ١٢ ، أ $\int_{2}^{4}$ هـ(س) ءس = −٤

أ × ١٢ = −٤

أ = $-\frac{1}{3}$

(١١١) $\int_{2}^{4}$ [$\frac{س}{2}$ + ١] ءس = ٦ ، د = ٢ ، ٠ ، ١ = صحيح

$\int_{1}^{ج}$ ١ ءس + $\int_{ج}^{}$ ٢ ءس = ٦

١(ج − ١) + ٢(جـ − ٢) = ٦

٢ + ٢جـ − ٤ = ٠

جـ = ٢

$\int_{1}^{2}$ ١ ءس + $\int_{2}^{4}$ ٢ ءس + $\int_{4}^{هـ}$ ٣ ءس = ٦

١، ١ ≥ س < ٢

٢، ٢ ≥ س < ٤

٣، ٤ ≥ س < ٦

١ × ٢ + ٢ × ٢ + ٣(هـ − ٤) = ٦

٢ + ٤ + ٣هـ − ١٢ = ٦

٣هـ = ٦ + ٦

هـ = ٤

هـ = ١ × مرفوضة

بالفرض ولازم قيمة هـ أكبر من ٢

$\boxed{هـ = ٤}$

(112) $٣\int_{ج}^{٢} د(س)\,دس = ١٢ \longrightarrow \int_{ج}^{٢} د(س)\,دس = ٤$

$\int_{٧}^{٢} = \int_{٧}^{ج} + \int_{ج}^{٢}$

$\int_{ج}^{٧} د(س)\,دس = ١٠$

$\int_{٤}^{-١} د(س+٣)\,دس = \int_{٧}^{٢} د(س)\,دس$

$٤ + -١٠ = -٦$

---

(113) $\int_{ج}^{١٠} ٤\,م(س)\,دس = ١٤ \longrightarrow \int_{ج}^{١٠} م(س)\,دس = \frac{١٤}{٤}$

$\int_{٥}^{ج} \frac{١}{٢} د(س)\,دس = -٣ \longrightarrow \int_{٥}^{ج} د(س)\,دس = -٦$

$\therefore \int_{ج}^{١٠} + \int_{٥}^{ج} = \int_{٥}^{١٠} م(س) = \frac{١٤}{٤} + -٦ = \frac{-١٠}{٤} = \frac{-٥}{٢}$

---

(114) $\int_{٢}^{٤} (س + [أس])\,دس = ٦$

$\int_{٢}^{٤} س + \int_{٢}^{٤} [أس]\,دس = ٦$

$\frac{س^٢}{٢}\Big|_{٢}^{٤} + \int_{٢}^{٤} [أس] = ٦$

$٨ - ٢ + \int_{٢}^{٤} [أس] = ٦$

$\int_{٢}^{٤} [أس]\,دس = صفر$

بالتجريب

بالتعويض عن $أ = \frac{١}{٤}$

$\int_{٢}^{٤} [\frac{١}{٤} س]\,دس =$

$\int_{٢}^{٤} صفر = صفر$

$ل = ٤$

$\frac{١}{٤} \times ٢ = \frac{١}{٢}$